

Optimisation numérique du rôle d'un couplage de deux électrodes de mise à la terre

M. Chouki¹, H. Harrat¹, B. Nekhoul¹, F. Hafsaoui¹, K. Kerroum² et K. El Khamlichi Drissi²

¹Université de Jijel, Algérie

²Université de Blaise Pascal, France

Abstract: In this work, we propose the state of the art methods used in solving an optimization problem. We will also present the methods used for the introduction of the constraints. In order to approach the applications under quoted we start by validating the concept of resolution of the lines equations by FDTD in order to calculate the transitory impedance.

Résumé—Dans ce travail, nous aborderons l'état de l'art des méthodes utilisées dans la résolution d'un problème d'optimisation. Nous présenterons également les méthodes utilisées pour l'introduction de contraintes. Afin d'aborder les applications sous-citées nous commençons par valider le concept de résolution des équations des lignes par FDTD pour le calcul de l'impédance transitoire.

Introduction

Son étendu, le réseau de transport d'énergie reste parmi les cibles privilégiées de l'onde de foudre. L'onde de foudre, qui est un phénomène naturel, peut se présenter avec des intensités de courant pouvant atteindre la centaine de kA. Un impact direct (coup au but de cette dernière) sur un réseau de transport peut engendrer de plutôt dommages importants. En plus de l'isolation des équipements électriques propres au réseau de transport d'énergie, par propagation conduite les surintensités peuvent atteindre même les consommateurs basse tension.

Afin de se protéger contre cette perturbation extérieure, nous rencontrons dans le réseau, les câbles de garde, les parasurtenseurs ainsi que les mises à la terre.

Les mises à la terre des installations électriques jouent un rôle important, en périodes perturbées, dans le comportement des réseaux et dans la sécurité du personnel et du public.

La caractéristique électrique principale d'une prise de terre en régime perturbé est son impédance transitoire. La connaissance du comportement de cette grandeur permet de juger la fiabilité et l'adaptation de la mise à la terre pour la protection du matériel et la sécurité du personnel. Cette grandeur illustre les capacités d'une prise de terre à évacuer un courant plus ou moins important et le potentiel auquel sera en son voisinage.

L'étude des prises de terre [1] a été une préoccupation des électriciens depuis déjà de très nombreuses années. L'intérêt accordé par les électriciens aux problèmes des prises de terre est justifié par les nombreuses campagnes de mesure réalisées par un grand nombre d'équipes de recherche dans différents pays [2,3].

Afin d'évacuer rapidement les énergies supplémentaires introduites lors d'un défaut, la prise de terre reste le moyen de protection le plus utilisé. Malheureusement le comportement de cette dernière est tributaire de plusieurs facteurs (résistivité du sol, la longueur du mise à la terre, ionisation du sol,...).

Dans ce travail nous analysons les prises de terre de types filiformes, horizontales. Notre analyse mathématique est dédiée à l'optimisation de quelques paramètres en tenant compte de certaines contraintes.

L'utilisation des méthodes d'optimisation est de nos jours incontournable dans le domaine de l'ingénierie, permet d'optimiser (un coût, un rôle, une forme...).

Bien que le phénomène de foudre soit de nature plutôt imprévisible, nous avons opté pour l'analyse d'une mise à la terre sous certaines hypothèses simplificatrices. Notons que nous résolvons les équations des lignes par la méthode numérique dite FDTD [4] et calculons les paramètres linéiques avec les expressions proposées par E.D.Sunde [1].

Enfin, nous proposons une validation de cette nouvelle approche en confrontant nos résultats à ceux obtenus en utilisant le logiciel NEC-4 [5], dont le formalisme est basé sur la théorie des antennes [6] et nécessite l'utilisation de la transformation de Fourier.

Formulation mathématique d'un problème d'optimisation

Un problème d'optimisation de dimension n peut être écrit de façon générale sous la forme (1) :

$$\begin{cases} \text{Min } F(x) \in \mathfrak{R}^n \\ g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, q \\ x_{k_{\min}} \leq x_k \leq x_{k_{\max}} \quad k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (1)$$

Avec :

$F(x)$ est la fonction objectif.

x est un vecteur à n variables x_k qui représentent les paramètres du problème à optimiser.

Minimum local et minimum global

Un point x^* de l'espace de recherche \mathcal{R}^n représente un minimum local ou optimum local, s'il existe un voisinage de x^* noté $V(x^*)$, tel que:

$$\forall x \in V(x^*) \quad F(x) \geq F(x^*) \quad (2)$$

Un point x^* de l'espace de recherche \mathcal{R}^n est un minimum global ou optimum global si:

$$\forall x \in \mathcal{R}^n \quad F(x) \geq F(x^*) \quad (3)$$

Nous pouvons dire aussi que le minimum global est le plus petit minimum local de l'espace de recherche, comme nous montre la figure (1).

$g_i(x)$ et $h_j(x)$ représentent respectivement les contraintes d'inégalité et d'égalité

$x_{k \min}$ et $x_{k \max}$ désignent les limites de domaine

\mathcal{R}^n est l'espace de recherche borné par les limites du domaine.

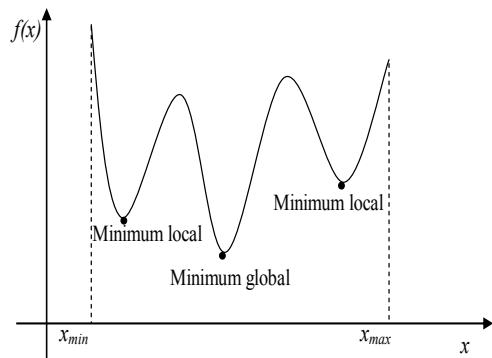


Fig. 1. Représentation du minimum local et global d'une fonction.

Selon les caractéristiques du problème d'optimisation non contraint, nous pouvons appliquer différentes méthodes de résolution pour identifier sa solution. Ces méthodes sont séparées en deux grands groupes :

- Les méthodes déterministes.
- Les méthodes stochastiques.

Méthodes d'optimisation déterministes

Une méthode d'optimisation est dite déterministe lorsque son évolution vers la solution du problème est toujours la même pour un même contexte initial donné, ne laissant aucune place au hasard. Ce sont en général

des méthodes efficaces, peu coûteuses, mais qui nécessitent une configuration initiale (point de départ) pour résoudre le problème. Ce sont souvent des méthodes locales, c'est-à-dire qu'elles convergent vers l'optimum le plus proche du point de départ, qu'il soit local ou global.

Introduction

Définition

Parmi les différentes méthodes stochastiques d'optimisation globale, nous allons uniquement intéresser aux heuristiques « modernes ». Le mot heuristique vient du grec heurein (découvrir) et qualifie tout ce qui sert à la découverte, à l'invention et à la recherche. Les heuristiques sont des méthodes qui cherchent à approcher une solution optimale ; on les appelle parfois méthodes approchées [7].

Une heuristique peut être conçue pour résoudre un type de problème. Elle est dite « méthaheuristique » si elle est générale et établie pour être adaptée à divers problèmes d'optimisation.

Principe d'un algorithme stochastique

Ce sont des méthodes où l'approche de l'optimum est entièrement guidée par un processus probabiliste et aléatoire (stochastique). Ces méthodes ont une grande capacité de trouver l'optimum global du problème. Contrairement au plus part des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni point de départ, ni la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale. Cependant, elles demandent un nombre important d'évaluations de la fonction objectif avant d'arriver à la solution du problème.

Dans nos applications pour l'analyse déterministe nous utilisons la méthode de programmation quadratique récursive et pour l'analyse stochastique nous utilisons la méthode dite du recuit simulé.

Nous décrivons ces deux méthodes dans ce qui va suivre.

Recuit simple

Algorithme du recuit simulé

L'analogie entre un système physique constitué de plusieurs particules et un problème d'optimisation est basée sur les équivalences suivantes :

- les configurations d'un problème d'optimisation sont équivalentes aux états d'un système physique.
- La fonction objectif est équivalente à l'énergie interne du système physique.

Méthode programmation quadratique récursive

La méthode de programmation récursive consiste à remplacer le problème non linéaire avec contraintes par une suite de sous problèmes, obtenus en adoptant une approximation quadratique de la fonction objectif et en linéarisation les fonctions contraintes par rapport aux variables de conception. Leur efficacité a pour origine la prise en compte, dans une certaine mesure, de la courbure des fonctions grâce à l'approximation du Hessien de la fonction Lagrangienne [8].

Principe général de la méthode de programmation quadratique récursive

Considérant le problème de programmation non linéaire suivant :

$$\begin{aligned} & \text{Min } f_0(x) \\ & \text{Sous les contraintes} \\ & g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \\ & x \in R^n \end{aligned} \quad (4)$$

Où les fonctions doivent être continûment différentiables.

L'idée de base de la méthode de programmation quadratique récursive consiste à écrire les conditions de stationnarité de la fonction Lagrangienne.

$$\varphi(x, \lambda) = f_0(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) \quad (5)$$

Elles donnent lieu au système d'équations non linéaires :

$$\begin{aligned} \nabla f_0(x^k) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^k \nabla g_i(x^k) &= 0 \\ g_i(x^k) &\leq 0 \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (6)$$

Les méthodes stochastiques, présentent un grand avantage par rapport aux méthodes déterministes : la capacité de trouver l'optimum global du problème.

Calcul de la répartition des courants dans une mise a la terre excitée par un générateur temporel

Dans notre travail, nous utilisons la modélisation par les équations des lignes; nous résolvons le système d'équations (7) par FDTD (Finite Difference Time Domain) en tenant compte des conditions aux deux extrémités.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} U(x,t) = -RI(x,t) - L \frac{\partial}{\partial t} I(x,t) \\ \frac{\partial}{\partial x} I(x,t) = -GU(x,t) - C \frac{\partial}{\partial t} U(x,t) \end{cases} \quad (7)$$

$U(x, t)$ et $I(x, t)$: les tension et les courant en régime transitoire;

L et R : l'inductances et la résistances longitudinales;

C et G : la capacités et la conductances transversales.

Les paramètres linéiques propres et mutuels des électrodes sont donnés par E.D. Sunde [1]. ces paramètres sont calculés en tenant compte de l'inhomogénéité introduite par l'interface sol-air en faisant intervenir l'électrode image.

Impédance transitoire

Lors d'un court-circuit ou d'un impact de foudre, et avant l'apparition des courants en basse fréquence, des régimes transitoires de très courtes durées prennent naissance. Généralement le contenu spectral des ondes de choc qui en résulte peut s'étendre de quelques kHz jusqu'à 10 MHz [9].

En basse fréquence, la terre peut être considérée comme résistive et il est alors possible de calculer la résistance des prises de terre en tenant compte de la forme de l'électrode de terre, des conditions d'installation et de la résistivité du sol.

En haute fréquence, l'écoulement des courants de défaut dans le sol donne naissance à des phénomènes physiques qui ne sont pas ceux de la basse fréquence :

- l'effet de peau dans les conducteurs.
- les courants induits dans le sol sont très importants.
- les courants de déplacement dans le sol ne sont plus négligeables à partir d'un seuil Fréquentiel.
- Le phénomène de propagation.

La notion d'impédance transitoire permet de caractériser quantitativement le comportement d'une prise de terre en régime transitoire d'une manière très commode.

On définit l'impédance transitoire [4] d'une prise de terre comme suite :

$$Z(t) = U(0,t)/I(0,t) \quad (8)$$

Avec :

$U(0, t)$: tension à l'entrée de l'électrode.

$I(0, t)$: courant injecté à l'entrée.

Validation

Pour l'ensemble de nos applications, notre but est de trouver l'optimum de l'impédance transitoire durant le temps de montée en prenant comme paramètres de

recherches la longueur et la hauteur ainsi que la profondeur d'enfouissement.

Nous recherchons l'optimum successivement par les méthodes déterministes et stochastiques sans et avec contraintes. Afin d'aborder les applications sous-citées nous commençons par valider le concept de résolution des équations des lignes par FDTD pour le calcul de l'impédance transitoire.

Validation de la répartition de courant et de l'impédance transitoire

Dans cette application nous considérons deux électrodes identiques de même longueur $l=4m$ et de rayon $a=0.005m$, enterrées horizontalement à une profondeur $h=0.75m$ dans un sol de résistivité $\rho=100\ \Omega m$, linéaire homogène et isotrope et situées à une distance $d=1m$ l'une de l'autre. Uniquement l'électrode 1 (figures 2) est alimentées à l'une de ses extrémités par une onde de foudre, ce qui va nous permettre d'analyser l'interaction entre les deux électrodes.

Le générateur onde foudre défini comme suit :

$$I(t) = I_0 \cdot [e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}] \text{ (A)}$$

Avec:

$$I_0 = 30\text{ kA}, \alpha = 40,87 \cdot 10^3\text{ s}^{-1}$$

$$\beta = 4933,216224 \cdot 10^3\text{ s}^{-1}$$

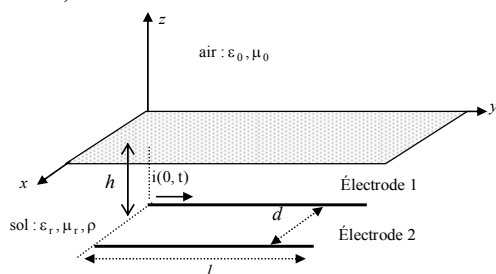


Fig.2. Deux électrodes enterrées horizontalement

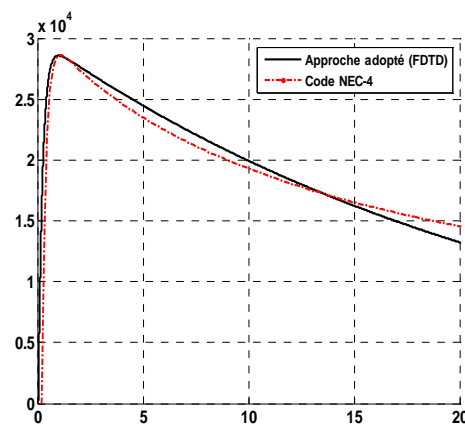


Fig.3 Variation du courant à l'entrée de la première électrode (notre calcul + code NEC-4).

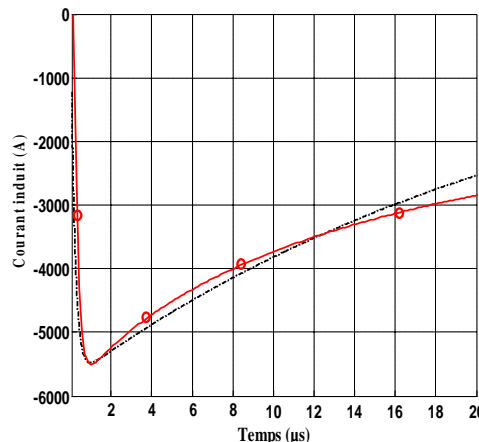


Fig.4 Variation du courant induit à l'entrée de la deuxième électrodes (notre calcul + code NEC-4).

En (figures 3, 4), nous avons la variation du courant à l'entrée de la première électrode et la variation du courant induit à l'entrée de la deuxième électrodes que nous obtenons par notre modèle (résolution des équations des lignes par FDTD) et par le logiciel NEC-4.

Nous constatons une légère différence entre les deux résultats, car notre formalisme est directement en temporel et ne prend pas en compte la variation des paramètres linéiques avec la fréquence, et le traitement par le logiciel NEC-4 nécessitè de réaliser une FFT avec le maximum de précautions ; en effet pour réaliser un meilleur résultat, il est indispensable d'augmenter le nombre de point de la suite temporelle, ce qui implique des temps de calculs bien plus importants pour arriver à des valeurs nulles naturellement au lieu de les imposer égales à zéro et forcé ainsi le résultat.

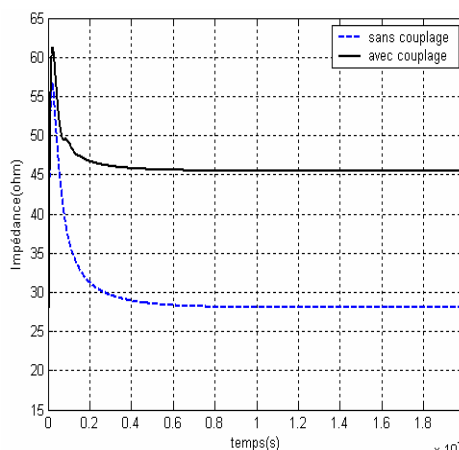


Fig.5 Impédance transitoire à l'entrée de la première électrode.

La figure 5, représente la variation de l'impédance transitoire à l'entrée de l'électrode alimentée en absence et en présence de la deuxième électrode. Des résultats obtenus, nous remarquons que la présence d'une électrode au voisinage d'une prise de terre est responsable d'une augmentation de l'impédance transitoire, ce qui n'est pas en faveur d'un bon épanouissement des courants dans le sol.

Le résultat de calcul que nous avons obtenue pour deux électrodes enterrées horizontalement en résolvant les équations des lignes couplées par FDTD confirme notre bonne modélisation du comportement transitoire d'une mise à la terre.

Ce résultat montre bien combien il est important de tenir compte de la distance entre deux ou plusieurs électrodes parallèles lors de la réalisation d'une mise à la terre filiforme.

Afin d'analyser cette problématique nous traitons un problème d'optimisation avec contraintes par deux méthodes différentes (déterministe et stochastique).

Optimisation d'une prise de terre

- Cahier de charge

Pour l'optimisation d'une prise de terre, un certain nombre de contraintes sont posées.

Le problème peut être décrit alors par la minimisation de l'impédance transitoire.

$$\begin{cases} \min f(x) = \min Z(x,t) \\ h_i(x) = 0 & i = 1, \dots, p \\ g_j(x) \leq 0 & j = 1, \dots, q \\ x \in S \subset R^n \end{cases} \quad (8)$$

Avec:

Z(x,t): est la fonction à minimiser, appelée fonction coût ou fonction objectif,

x : représente le vecteur des variables d'optimisation,

$h_i(x)$ et $g_i(x)$: représentent respectivement les contraintes d'égalités et d'inégalités,

S : est l'espace des variables (appelé aussi espace de recherche).

L'espace de recherche est constitué :

- par la longueur (hauteur) et la distance séparant deux électrode parallèles.

Nous considérons comme contraintes la résistivité du sol durant le temps de montée.

Pour réaliser notre travail de modélisation :

- par analyse déterministe, il s'agit de la méthode quadratique récursive et nous utilisons l'utilitaire Fmincon sous Matlab.

- par analyse stochastique, il s'agit de la méthode dite de recuit simulé que nous avons implémenté sous environnement Matlab.

Optimisation déterministe (programmation quadratique récursive)

Données du générateur:

$I_0 = 10 \text{ kA}; p = 0.00184 \cdot 10^{+6} \text{ s}^{-1}, q = 2.46650 \cdot 10^{+6} \text{ s}^{-1}.$

La résistivité du sol : $\rho \leq 500 (\Omega \cdot \text{m})$

h (profondeur d'enfouissement) = 0.6 m.

Tableau 1 : paramètres de recherche.

	X_0	L	U	X_{opt}
$X_1 = l$ (m)	15	5	30	10.40
$X_2 = d$ (m)	2	1	5	4.6

Avec :

X_1 : la longueur de chaque électrode.

X_2 : la distance entre deux les électrodes.

X_{opt} : la valeur optimale du paramètre.

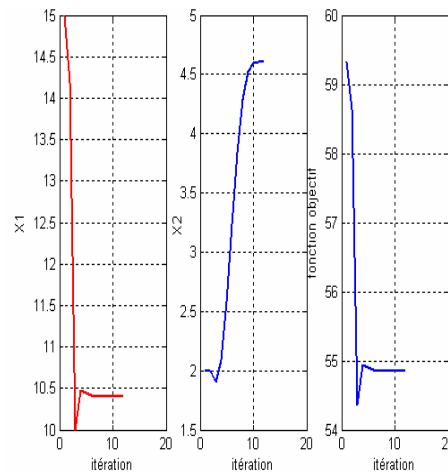


Fig.6 Evolutions des paramètres d'optimisation et de la fonction objectif en fonction des itérations.

Optimisation stochastique (Méthode du recuit simulé)

Afin de pouvoir comparer les deux méthodes d'optimisation pour le traitement du même problème, pour l'ensemble des applications qui vont suivre nous gardons les mêmes données pour chacune d'elles.

Tableau 2 : paramètres de recherche.

	X_0	L_b	U_b	X_{opt}
$X_1 = l$ (m)	15	5	30	12.17
$X_2 = d$ (m)	2	1	5	3.24

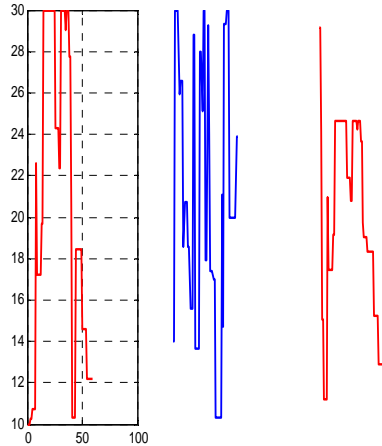


Fig.7 Evolutions des paramètres d'optimisation et de la fonction objectif en fonction des itérations.

A partir de la figure 6 et 7, Les résultats que nous obtenons pour l'ensemble de nos simulations mettent en évidence le maintien de l'impédance optimale dans des marges acceptables pour chaque application avec quand même parfois quelques différences entre le calcul déterministe et le calcul stochastique.

Les deux méthodes d'optimisation confirment les résultats que nous obtenons où nous constatons une diminution de moitié de l'impédance transitoire.

Le nombre d'itérations par la méthode stochastique est bien plus important que pour la méthode déterministe.

La méthode stochastique paraît être mieux adaptée pour le traitement de l'optimisation d'une mise à la terre.

Sachant que la différence entre les deux méthodes réside dans la notion du minimum local et du minimum global, une différence entre les résultats est prévisible. Ces résultats de simulations montrent quand même que sous certaines hypothèses simplificatrices il est possible de faire appel à l'optimisation mathématique pour la conception d'une mise à la terre.

Conclusion

En régime perturbé la mise à la terre joue un rôle très important pour la protection du matériel et des personnes. Il est donc indispensable d'adapter la mise à la terre à la nature de l'équipement à protéger en tenant compte des paramètres géométriques les plus influents ainsi que des contraintes liées à la nature (résistivité) et l'ionisation du sol.

Bien que la notion d'optimisation d'une mise à la terre soit un problème complexe de part la nature des sols stratifiés et mal connues et de l'énergie des défauts qui est imprévisible, nous avons abordé ce travail avec certaines hypothèses simplificatrices.

Pour réaliser ce travail de modélisation nous avons opté pour la résolution des équations des lignes par FDTD pour le calcul de l'impédance transitoire. Pour l'optimisation de ce dispositif de protection nous avons testé deux méthodes l'une dite déterministe et l'autre stochastique.

Dans ce travail, nous avons surtout regardé l'apport d'une technique d'optimisation stochastique par rapport à la technique déterministe qui est moins contraignante. Nous avons uniquement considéré deux contraintes qui sont la résistivité du sol et son champ de claquage.

La considération d'autres contraintes (le temps de montée de l'injection, le champ rayonné,..) permettrait certainement une analyse plus fine. Une perspective de ce travail serait la prise en compte de ces contraintes pour la prise en compte de l'aspect compatibilité électromagnétique.

References

- [1] E. D. Sunde, "Earth Conducting Effects in Transmission Systems," New York, N. Y. Dover publications, Inc 1968.
- [2] R. Kosztatuk and D. Mukhedkar, "Experimental Study of transient Ground Impedances," *IEEE Trans on PWRA and S*, vol. Pas-100, N° 11, November 1981. PP.4653-4660.
- [3] Y. Liu, "Transient response of grounding systems caused by lightning: Modelling and Experiments," Thèse de doctorat ACTA Universitatus Upsaliensis 2004.
- [4] B. Nekhoul, B. Harrat, K. Kerroum and K. El khamichi Drissi, "Caractérisation d'une grille de mise à la terre par résolution d'une équation de propagation," *Revue Internationale de génie électrique (RIGE) Volume 8 -N° 3-4/2005*
- [5] NEC, "Numerical Electromagnetic Code," Janvier, 1992.
- [6] R.F.Harrigton, "Field Computation by Moment Methods," Macmillan, New York, 1968.
- [7] G. Berthiau et P. Siarry, "état de l'art des méthodes d'optimisation globales," septembre 2001.
- [8] S. Rodney REZNDÉ, "Optimisation en électromagnétisme par application conjointe des méthodes de programmation non linéaire et de méthode des éléments finis," Thèse de docteur de l'institut national polytechnique de Grenoble. Novembre 1988.
- [9] A. Schmitt, et T. Deflande, " Les surtensions et les transitoires rapides de tension, en milieux industriel et tertiaire," Editions Eyrolles 1997.
- [10] B.Nekhoul, P.Labie,F.X Zgainski and G. Menier, "Calculating the Impedance of a Grounding Systems," *IEE Trans on magnetic*, Vo1.32.N°3, May 1996.pp.1509-1512.

¹LAMEL Laboratoire, Université de Jijel, BP 98 Ouled Aissa 18000 Jijel, Algérie, Email: Chouki_makhlouf@yahoo.com

²LASMEA Laboratoire, Blaise Pascal Université, 24 Avenue des Landais, 63177 Aubière, France.