

## Couplage d'une Onde de Foudre avec un Câble Enterré

F. Hafsaoui<sup>1</sup>, M. Chouki<sup>1</sup>, H. Belila<sup>1</sup>, B. Nekhoul<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>Université de Jijel, Algérie

**Abstract:** In this work we propose a mathematical analysis of lightning induced disturbances in buried cable. To achieve this modeling work we use the formalism of transmission lines with second member while taking into account the finite conductivity of the plan of mass that is soil. To calculate the voltages and current induced at both ends of the cable we use the general solutions of the forced line equations defined by matrix chain ( $\Phi$ ). We validate our work by comparing our results with those published in the literature.

**Résumé:** Dans ce travail nous proposons une analyse mathématique du couplage électromagnétique d'une onde de foudre avec un câble enterré. Pour réaliser ce travail de modélisation nous utilisons le formalisme des lignes de transmissions avec second membre en tenant compte de la conductivité finie du plan de masse qui est le sol. Pour calculer les tensions et les courants induits aux deux extrémités du câble nous utilisons les solutions générales des équations des lignes forcées définies par matrice chaîne ( $\Phi$ ). Nous validons notre travail en comparant nos résultats à ceux publiés dans la littérature.

### Introduction

De nos jours les dispositifs électroniques et électriques bas niveaux utilisés dans les systèmes de communication et dans les réseaux électriques peuvent subir des perturbations à des niveaux de plus en plus bas d'interférences électromagnétiques induites. Parmi les sources de pollution électromagnétique les plus redoutées par ces systèmes nous notons la décharge orageuse (le coup de foudre) qui est un phénomène naturel responsable d'une émission de très forte intensité. Les réseaux électriques et de communications de part leurs étendues sont une cible privilégiée de la foudre par impact indirect (ie, couplage électromagnétique). A cet effet une évaluation précise des surtensions induites par la foudre est devenue nécessaire pour une protection efficace des systèmes électriques et électroniques.

Dans ce travail nous nous intéressons au calcul des courants et tensions induites par un canal de foudre sur un câble enterré, qui est généralement responsable de la transmission de la perturbation par conduction.

Dans la littérature plusieurs travaux sont consacrés à ce sujet; la théorie des antennes est la plus rigoureuse

[1], mais de mise en œuvre lourde et reste inadaptée pour les structures filaires longues.

Dans cette contribution, en s'inspirant des travaux de C.R. Paul [2], nous modélisons le couplage foudre-câble par la théorie des lignes de transmissions. Nous représentons le câble multi-couches par une ligne multi-filaires en reprenant le travail proposé par A. Amétani [3]; pour l'excitation électromagnétique, qui représente le second membre des équations des lignes, nous utilisons le formalisme des dipôles avec prise ne compte de l'effet du sol pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par le canal de foudre.

### Éléments théoriques pour l'analyse du couplage électromagnétique

Soit un câble blindé (âme, écran et blindage) enterré horizontalement, d'une longueur  $\ell$ , situé parallèlement le long de l'axe des  $x$  à une profondeur  $d$  et excité par une onde électromagnétique ( $E^e$ ,  $B^e$ ).

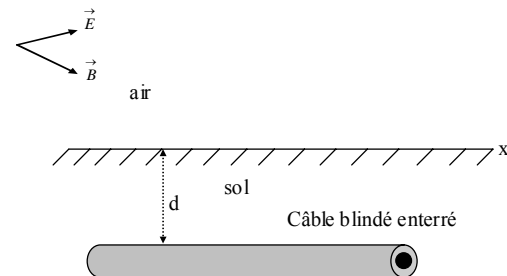


Figure 1-a: Configuration d'un câble blindé enterré.

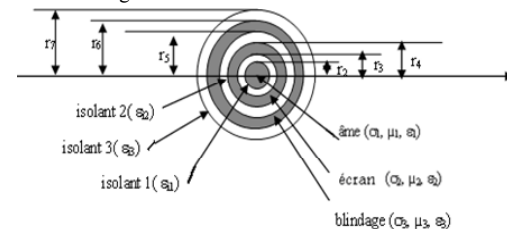


Figure 1-b: Coupe transversale d'un câble coaxial.

Les tensions induites et les courants le long du câble peuvent être calculés en utilisant le formalisme du couplage qui s'exprime en fréquentiel par la théorie des lignes en fonction du champ électrique exciteur par le modèle d'Agrawal [4] comme suit:

$$\frac{d[V^s(x)]}{dx} + [Z][I(x)] = [E_x^e(x)] \quad (1)$$

$$\frac{d[I(x)]}{dx} + [Y][V^s(x)] = [0] \quad (2)$$

Où l'impédance longitudinale est donnée par A. Ametani [3] comme suit:

$$[Z] = [Z_i] + [Z_s] \quad (3)$$

Tel que  $[Z_i]$ : l'impédance interne propre du câble.

Et  $[Z_s]$ : l'impédance qui tient compte de l'effet de la résistivité non nulle du sol.

$$Z_s = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{1 + \gamma_s r_{ext}}{\gamma_s r_{ext}}\right) \quad (4)$$

Avec  $r_{ext}$ : le rayon extérieur du câble.

$\gamma_s = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_s + j\omega\epsilon_0\epsilon_{rs})}$ : la constante de propagation.

L'admittance transversale du câble est l'inverse des coefficients de potentiel [3] définis comme suit:

$$[Y] = j\omega.[P]^{-1} \quad (5)$$

$$[Y] = [Y_i] + [Y_s] \quad (6)$$

Où  $[Y_i]$ : l'admittance interne propre du câble.

Et  $[Y_s]$ : l'admittance du sol pour le cas d'un câble enterré est donnée par l'expression suivante:

$$Y_s \cong \gamma_s^2 / Z_s \quad (7)$$

Les équations (1) et (2) peuvent s'écrire sous la forme suivante [1]:

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} [V^s(x)] \\ [I(x)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & -[Z] \\ -[Y] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V^s(x)] \\ [I(x)] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [E_x^e(x)] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (8)$$

Le système (8) est sous la forme d'une équation d'état, dont la solution générale est donnée en [5]:

$$\begin{bmatrix} [V^s(x)] \\ [I(x)] \end{bmatrix} = [\phi(x-x_0)] \begin{bmatrix} [V^s(x_0)] \\ [I(x_0)] \end{bmatrix} + \int_{x_0}^x [\phi(x-\tau)] \begin{bmatrix} [V_F(\tau)] \\ [I_F(\tau)] \end{bmatrix} d\tau \quad (9)$$

Où la matrice chaîne  $[\phi(x-x_0)]$  est une matrice de transition d'état, avec  $x$  et  $x_0$  respectivement un point arbitraire fixé le long du câble et le point d'origine avec  $x \geq x_0$ .

Cette matrice de transition s'exprime sous forme fractionnée comme suit:

$$[\phi(x-x_0)] = \begin{bmatrix} [\phi_{11}(x-x_0)] & [\phi_{12}(x-x_0)] \\ [\phi_{21}(x-x_0)] & [\phi_{22}(x-x_0)] \end{bmatrix} \quad (10)$$

Les sous matrices de la matrice chaîne (10) sont données par:

$$[\phi_{11}(x-x_0)] = \frac{1}{2} [Y]^{-1} [T] (e^{j\gamma(x-x_0)} + e^{-j\gamma(x-x_0)}) [T]^{-1} [Y]$$

$$[\phi_{12}(x-x_0)] = -\frac{1}{2} [Y]^{-1} [T] [\gamma] (e^{j\gamma(x-x_0)} - e^{-j\gamma(x-x_0)}) [T]^{-1} \quad (11)$$

$$[\phi_{21}(x-x_0)] = -\frac{1}{2} [T] (e^{j\gamma(x-x_0)} - e^{-j\gamma(x-x_0)}) [\gamma]^{-1} [T]^{-1} [Y]$$

$$[\phi_{22}(x-x_0)] = \frac{1}{2} [T] (e^{j\gamma(x-x_0)} + e^{-j\gamma(x-x_0)}) [T]^{-1}$$

Où:  $[T]$  est la matrice qui diagonalise le produit  $[Y][Z]$ , c'est-à-dire vérifiant la relation

$[T]^{-1} \cdot [Y] \cdot [Z] \cdot [T] = [\gamma]^2$ , où  $[\gamma]$  représente la matrice diagonale des constantes de propagation.

Si nous choisissons  $x=\ell$  et  $x_0=0$ , nous obtenons particulièrement la matrice chaîne  $\phi(\ell)$ , tel que la solution (9) devient:

$$\begin{bmatrix} [V^s(\ell)] \\ [I(\ell)] \end{bmatrix} = [\phi(\ell)] \begin{bmatrix} [V^s(0)] \\ [I(0)] \end{bmatrix} + \int_0^\ell [\phi(\ell-\tau)] \begin{bmatrix} [V_F(\tau)] \\ [I_F(\tau)] \end{bmatrix} d\tau$$

$$= \begin{bmatrix} [\phi_{11}(\ell)] & [\phi_{12}(\ell)] \\ [\phi_{21}(\ell)] & [\phi_{22}(\ell)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V^s(0)] \\ [I(0)] \end{bmatrix} + \int_0^\ell [\phi(\ell-\tau)] \begin{bmatrix} [V_F(\tau)] \\ [I_F(\tau)] \end{bmatrix} d\tau \quad (12)$$

Où les fonctions forcées pour le modèle d'Agrawal sont comme suit [4]:

$$[V_F(\ell)] = [E_x^e(\ell)] \quad (13)$$

$$[I_F(\ell)] = 0 \quad (14)$$

Les conditions aux limites, exprimées en terme des tensions induites et des courants totaux pour le modèle d'Agrawal sont les suivantes:

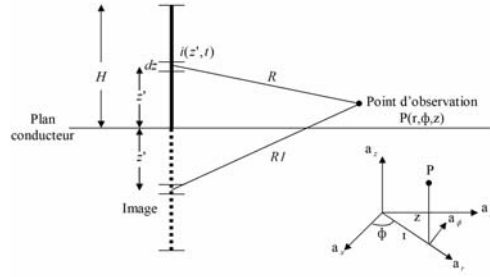
$$[V^s(0)] = -[Z_1][I(0)] \quad (15)$$

$$[V^s(\ell)] = +[Z_2][I(\ell)] \quad (16)$$

Où:  $[Z_1]$  et  $[Z_2]$  sont les matrices impédances de terminaison.

### Calcul du champ électromagnétique généré par l'onde de foudre

Pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre on utilise le formalisme de dipôle hertzien [6], Ce dernier offre l'avantage d'un modèle mathématique qui peut s'écrire aussi bien en fréquentiel qu'en temporel.



**Figure 2:** Paramètres géométriques utilisés pour le calcul des champs d'arc en retour.

Le canal de foudre est représenté par une antenne verticale filiforme d'une hauteur de 7.5 km. Pour utiliser le modèle des dipôles, l'antenne est subdivisée en éléments dipolaires dont la taille est choisie de façon à masquer la propagation. Le champ total est obtenu par superposition des contributions de l'ensemble des dipôles de l'antenne réelle et de l'antenne image:

$$E_t = \sum_{i=1}^n (E_{réel}^i + E_{image}^i) \quad (17)$$

$$H_t = \sum_{i=1}^n (H_{réel}^i + H_{image}^i) \quad (18)$$

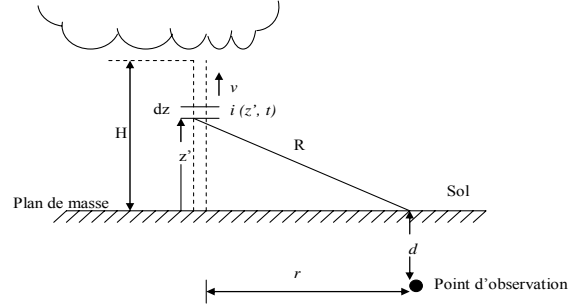
Où: n le nombre des dipôles.

Pour un point d'observation situé dans l'air en présence d'un plan de masse (sol) de conductivité finie, seule la composante horizontale du champ électrique est affectée et doit être corrigée par l'expression de Rubinstein [7].

Dans le cas où le point d'observation est situé dans le sol, nous utilisons les expressions proposées par Cooray [8]. Les expressions générales pour le champ électrique vertical et horizontal rayonné par un dipôle élémentaire localisé à une hauteur "z'" au dessus du sol en un point situé à une distance "r" et une profondeur "d" comme illustré en figure (3) seront comme suit:

$$E_z(j\omega, r, d) = E_z(j\omega, r, 0) \frac{\epsilon_0 \exp(-k_g d)}{\sigma_g + j\omega \epsilon_g} \quad (19)$$

$$E_r(j\omega, r, d) = E_r(j\omega, r, 0) \exp(-k_g d) \quad (20)$$



**Figure 3:** Géométrie pour le calcul du champ électromagnétique rayonné par un canal de foudre vertical au dessous de la surface de la terre.

Dans ces expressions, les composantes du champ électrique vertical et horizontal à la surface du sol  $E_z(j\omega, r, 0)$  et  $E_r(j\omega, r, 0)$  peuvent être calculées en supposant le sol comme parfait pour le champ électrique vertical, et l'approximation de Rubinstein pour le champ électrique horizontal [7].

Pour le champ magnétique azimuthal, pour un point situé dans le sol, nous utilisons l'expression du champ magnétique azimuthal donnée par [8]:

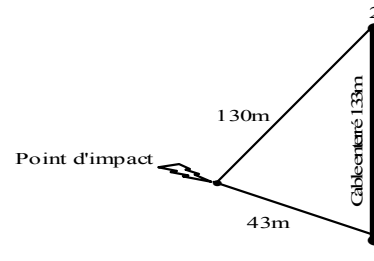
$$H_{\phi, \sigma}(j\omega, r, d) = H_{\phi, \sigma}(j\omega, r, 0) \exp(-k_g d) \quad (21)$$

$$\text{Avec: } k_g = \sqrt{\omega^2 \mu_g \epsilon_g + j\omega \mu_0 \sigma_g}$$

## Validation et application

### Validation

Afin de valider notre travail nous commençons par le cas d'un câble enfoui dans le sol mais posé à l'intérieur d'une goulotte en PVC (pipe en PVC) dont les résultats de mesures sont publiés dans la littérature [9]. Le câble souterrain est de longueur  $\ell = 133\text{ m}$  illuminé par un canal de foudre dont la configuration est celle représentée en figure (4). Le câble est enfoui à une profondeur de  $0.9\text{ m}$ , le blindage du câble est supposé être terminé à ses deux extrémités par des résistances de valeurs  $60\Omega$  et  $37\Omega$ . Le sol est caractérisé par une conductivité  $\sigma_s = 3.10^{-3}\text{ S/m}$ .



**Figure 4:** Vue de dessus de la position de coup de foudre et du câble enterré.

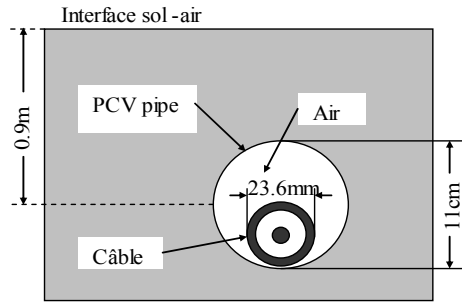


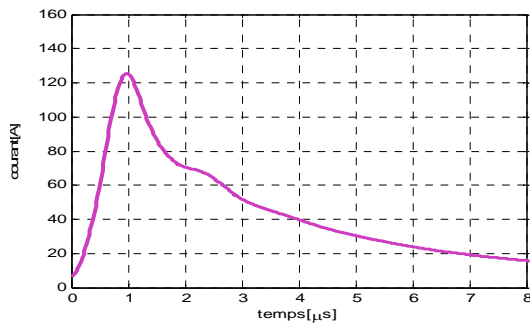
Figure 5: Géométrie du câble enterré.

La forme théorique du courant à la base du canal est donnée par la somme de deux fonctions de Hiedler [10] (tableau 1).

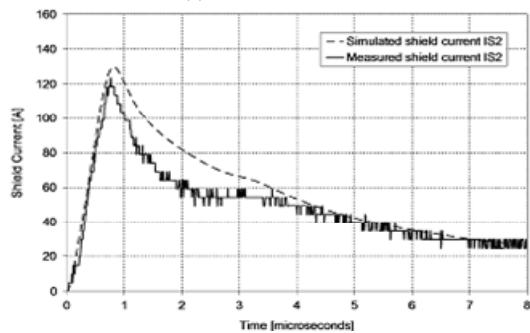
Tableau 1: Paramètres des expressions simulant le courant de foudre à la base du canal.

$I_{01}$ (kA)	$\tau_{11}$ ( $\mu$ s)	$\tau_{21}$ ( $\mu$ s)	$n_1$	$I_{02}$ (kA)	$\tau_{12}$ ( $\mu$ s)	$\tau_{22}$ ( $\mu$ s)	$n_2$
8.5	0.12	14	2	3.2	14	95	2

Le champ électromagnétique a été calculé en utilisant le modèle MTL [11] avec une valeur typique de vitesse de l'arc en retour  $v=1.3 \times 10^8 m/s$  et un taux de décroissance de l'intensité de courant  $\lambda=2km$ .



(a) résultat de calcul.



(b) résultat de mesure et de simulation de E. Petrache [9].

Figure 6: Ces deux figures représentent une comparaison entre notre modélisation et les résultats de mesure et de simulation publiée par E. Petrache [9] pour le courant induit sur la deuxième extrémité du blindage.

La confrontation de notre calcul (figure 6-a), que nous réalisons par une modélisation en fréquentiel plus

l'utilisation de la transformée de Fourier, avec celui mesuré (figure 6-b) montre une bonne concordance.

### Applications

Dans une deuxième étape nous faisons une étude paramétrique impliquant le mode de connexion du blindage et de l'écran à travers des résistances à leurs deux extrémités. Soit un câble blindé à trois couches (âme, écran et blindage) enfoui horizontalement à une profondeur de 1m dans le sol de conductivité finie  $\sigma_s = 3.10^{-3} S/m$  comme le montre la figure (7).

Ce câble est de longueur  $\ell=133m$  illuminé par un canal de foudre positionné en son milieu et à une distance  $r=50m$ , nous retenons les mêmes données que l'exemple précédent (câble enterré précédent) pour le calcul du champ et du courant à la base du canal.

Pour réaliser cette analyse nous considérons successivement:

- que les deux couches (écran et blindage) sont reliées directement à la terre à travers des résistances, par contre l'âme est reliée à sa première extrémité (entrée) à une très faible résistance (résistance interne du générateur) et à sa deuxième extrémité à une résistance de charge.

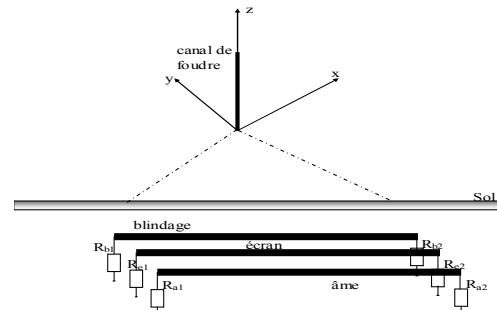


Figure 7: Géométrie du câble enterré à trois couches.

Pour la première étude les valeurs des résistances aux extrémités du câble comme indiqué en figure (7) sont comme suit:

**Cas1:**  $R_{a1}=0.1\Omega$ ;  $R_{a2}=50\Omega$ ;  $R_{e1}=R_{e2}=R_{b1}=R_{b2}=50\Omega$

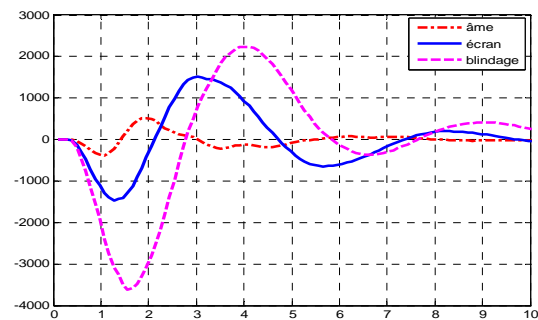


Figure 8: Tension induite à la deuxième extrémité du câble pour les trois couches.

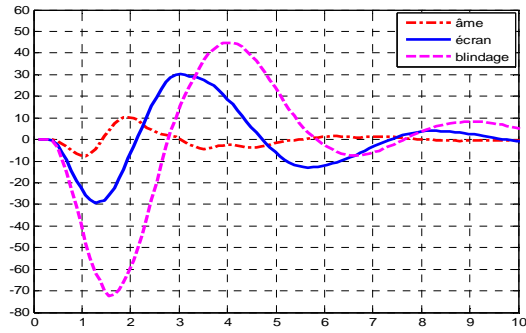


Figure 9: Courant induit à la deuxième extrémité du câble pour les trois couches.

Cas2:  $R_{a1}=0.1\Omega$ ;  $R_{a2}=50\Omega$ ;  $R_{e1}=R_{e2}=R_{b1}=R_{b2}=500\Omega$

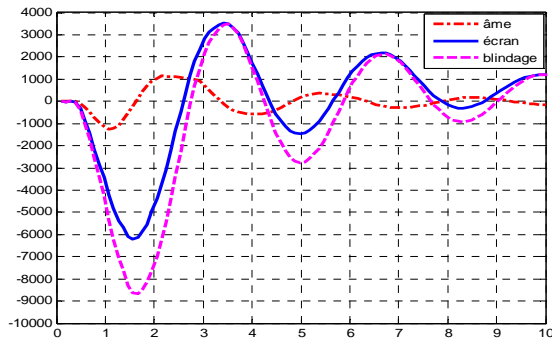


Figure 10: Tension induite à la deuxième extrémité du câble pour les trois couches.

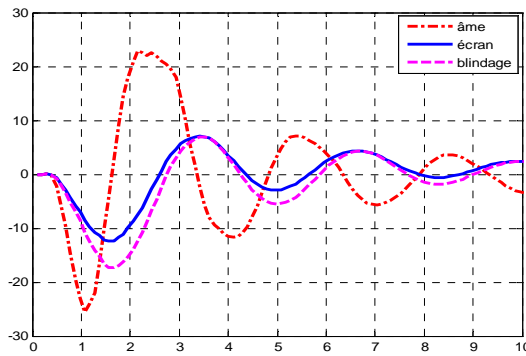


Figure 11: Courant induit à la deuxième extrémité du câble pour les trois couches.

De cette première étude nous remarquons que les courants aux extrémités du blindage et de l'écran diminuent quand les résistances en leurs extrémités augmentent, mais sur l'âme le courant induit augmente en amplitude, ce qui n'est pas favorable du point de vue compatibilité électromagnétique.

Afin de regarder une solution plus favorable, dans une deuxième application, nous gardons l'âme dans la même situation que précédemment, mais le blindage et l'écran sont reliés entre eux par une résistance  $R_0$  et portés à la masse à travers une autre résistance  $R_{eb1}$  pour la

première extrémité et  $R_{eb2}$  pour la deuxième extrémité du câble.

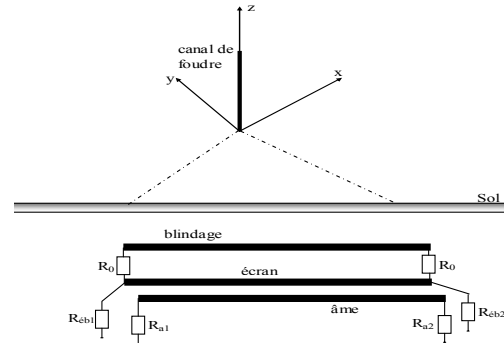


Figure 12 : Deuxième géométrie du câble enterré à trois couches.

Cas1:  $R_{a1}=0.1\Omega$ ;  $R_{a2}=50\Omega$ ;  $R_{eb1}=R_{eb2}=50\Omega$ ;  $R_0=1\Omega$ .

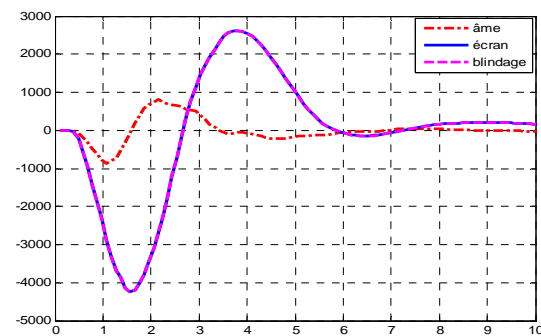


Figure 13: Tension induite à la deuxième extrémité du câble pour les trois couches.

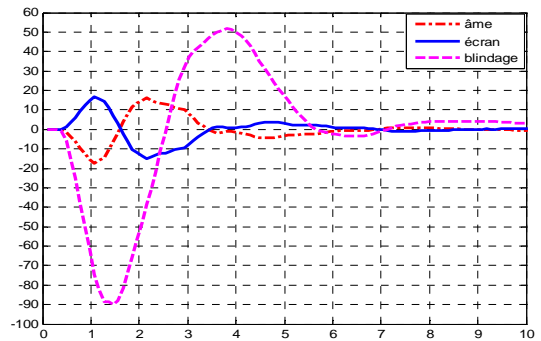
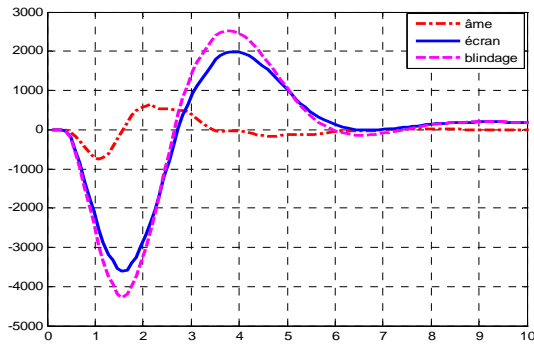
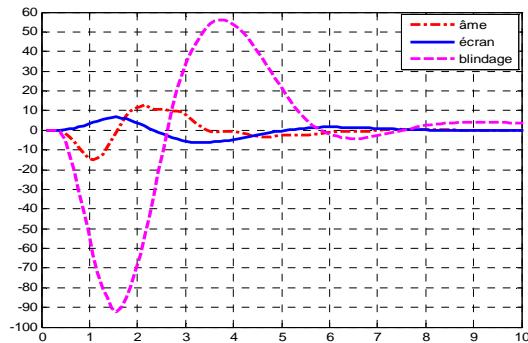


Figure 14: Courant induit à la deuxième extrémité du câble pour les trois couches.

Cas2:  $R_{a1}=0.1\Omega$ ;  $R_{a2}=50\Omega$ ;  $R_{eb1}=R_{eb2}=50\Omega$ ;  $R_0=100\Omega$ .



**Figure 15:** Tension induite à la deuxième extrémité du câble pour les trois couches.



**Figure 16:** Courant induit à la deuxième extrémité du câble pour les trois couches.

Pour cette deuxième configuration nous constatons que le courant sur l'âme reste pratiquement le même quand  $R_0$  est variable; cette configuration sera certainement plus avantageuse du point de vue compatibilité électromagnétique, en effet le courant induit sur l'âme devient indépendant de la charge aux extrémités de l'écran et du blindage.

## Conclusion

Dans ce travail nous avons abordé une problématique de compatibilité électromagnétique qui malgré les efforts de recherche demeure encore d'actualité. Des industriels ont réalisés beaucoup de mesures très coûteuse et parfois incomplètes d'où la nécessité de la modélisation. Pour ce faire, nous avons utilisés le formalisme des lignes de transmission et nos résultats sont très satisfaisants; nous proposons aussi deux applications pour montrer les possibilités offertes par une modélisation simplifiée. Bien que notre travail soit réalisé en deux temps (calcul du champ électromagnétique rayonné par le canal de foudre, puis résolution des équations de couplages), ses avantages sont une mise en œuvre informatique simple et des temps de calcul très faibles.

## Références

- [1] P.Degauque, J Hamelin, "Compatibilité Electromagnétique, Bruits et Perturbations radioélectriques", Collection Technique et Scientifique des Télécommunications. Edition Dunod, Paris 1990
- [2] C.R.Paul, "Analysis of Multiconductor Transmission Lines", Wiley Interscience, 1994.
- [3] A. Ametani, "A General Formulation of Impedance and Admittance of cables", IEEE Trans on Power Apparatus and systems, Vol.PAS-99, N°3, May/June 1980.
- [4] A.K. Agrawal, H.J. Price, S.H. Gurbaxani, "Transient Response of multiconductor transmission lines Excited by a nonuniform electromagnetic field", IEEE Trans. On Electromagnetic Compatibility .EMC-22, pp. 119-129, 1980.
- [5] M.Najmouddine, " Contribution à l'étude Théorique et Expérimentale des Perturbations Electromagnétiques Provoquées par des câbles de Transport soumis à des Régimes transitoires sur des Câbles de Contrôle Bas Niveau ayant un Cheminement parallèle", Thèse de doctorat en électronique, Université de Clermont Ferrand U.E.R.7 Juillet 1982.
- [6] M.A. Uman, D. Kenneth Mc Lain and E. Philip Krider, "The Electromagnetic radiation from finite antenna". American Journal Physics, Vol.43/33, pp.33-38, January 1975.
- [7] M. Rubinstein, "An approximate formula for the calculation of the horizontal electric field from lightning at close, intermediate, and long range," IEEE Trans. Electromagn. Compat, vol .38, pp.531-535, 1996.
- [8] V. Cooray, "Underground electromagnetic fields generated by the return strokes of lightning flashes", IEEE Trans.Electromagnetic compatibility, vol.43, pp.75-84, 2001.
- [9] E. Petrache, "Lightning Electromagnetic Field Coupling to Overhead Transmission Line Networks and to Buried Cables", These N° 3024 (2004), Ecole Polytechnique Fédérale de Lusane.
- [10] F. Heidler, "Analytische Blitzstrom -Funktion zur LEMP-Berechnung", Paper 1.9, pp.63-66, Munich, Septembre 16-20, 1985.
- [11] C.A. Nucci "Lightning -Induced Over Voltages on Overhead Power Lines. Part 1: Return -Stroke Current Models with Specified Channel -Base Current for the Evaluation of Return -Stroke Electromagnetic Field", Cigré paper prepared within the frame work of task Force 33.01.01 of the CIGRE working Group 33.01, 1994. Electra N° 161, August 1995.

<sup>1</sup>LAMEL Laboratoire, Université de Jijel, BP 98 Ouled Aissa 18000 Jijel, Algérie, Email:

[fahima\\_hafsaoui@yahoo.fr](mailto:fahima_hafsaoui@yahoo.fr)